Лекция 7
Истечение газов и паров

Первый закон термодинамики для потока газа. В техническом арсенале производства и выполнения полезной механической работы существует большая группа машин или устройств, принцип которых основан на использовании внешней кинетической энергии движущегося потока рабочего тела. Примером можно назвать газотурбинные установки, паротурбинные установки, реактивные и ракетные двигатели.

В таких устройствах тепловая энергия, подводимая к рабочему телу, используется не только для повышения внутренней энергии и совершения внешней работы проталкивания газа против внешних сил (противодавления на выходе), но и для наращивания или поддержки скорости перемещения газа по направленному каналу.То есть для поддержки или наращивания кинетической энергии движущегося потока рабочего тела.

Кинетическая энергия потока также как другой вид энергии можно использовать для совершения внешней работы, например вращения турбинного колеса.

С учетом предполагаемого распределения энергии, в уравнение первого закона термодинамики необходимо ввести дополнительную энергетическую составляющую, в виде выражения определяющего изменение скорости и кинетической энергии потока – $\frac{mw^2}{2}$.

Соответственно, для одного кг движущегося газа, уравнение первого закона термодинамики должно быть представлено в следующем виде:

$$dq = du + dl^{'} + \frac{dw^2}{2},$$

где $dq -$ общая подведенная теплота, на рассматриваемом участке;

$du -$ изменение внутренней энергии рабочего тела;

$dl^{'} -$ работа против внешних сил для перемещения (проталкивания) потока;

$\frac{dw^2}{2} -$ изменение внешней кинетической энергии движущегося потока рабочего тела.

В нашем случае, нас интересует, какие условия необходимо создавать для более полного перевода подведенной тепловой энергии в кинетическую энергию, что позволит повысить эффективность использования тепловой энергии при использовании такого типа машин.

Это будет зависеть от термодинамических параметров состояния рабочего тела в потоке и внешних условий. В зависимости от условий, изменение кинетической энергии может происходить как по каналам постоянного сечения, так и по каналам специальной формы, с переменным сечением.

Если при перемещении газа по каналу происходит расширение газа с понижением давления и увеличением скорости, то такой канал конструктивно определяют как сопло истечения.

Если при перемещении газа по каналу происходит сжатие газа с повышением давления и уменьшением скорости, то такой канал конструктивно определяют как истечение через диффузор.

Количество теплоты, которое используется на изменения внутренней энергии, зависит только от температурного состояния газа в потоке, $du = c_v \cdot dT$.

При выводе уравнения для определения количества тепловой энергии, которое используется для работы против внешних сил, для проталкивания газа по каналу, необходимо оговорить определенные условия состояния потока, при перемещении газа.

Первое и основное условие – это неразрывность потока. Это условие предполагает, что через любое по длине канала поперечное сечение перпендикулярное оси канала, в единицу времени проходит одинаковое по массе количество рабочего тела, газа.

$$m = \frac{f_1 \cdot w_1}{v_1} = \frac{f_2 \cdot w_2}{v_2} = \frac{f \cdot w}{v} = const$$

Второе, в каждом поперечном сечении, в плоскости перпендикулярной оси канала все параметры потока, температура, давление, скорость и другие, остаются постоянными.

Третье, режим движения в каждом поперечном сечении считать стационарным. Термодинамические и динамические параметры потока в определенном сечении стационарны и не зависят от времени. Значения температуры, давления, скорости потока могут изменяться по длине канала, но в каждом поперечном сечении остаются без изменения.

С учетом представленных условий, выделим и рассмотрим процесс проталкивания газа на выделенном участке канала, между сечениями I – I на входе и II – II на выходе.

В сечении I – I, в направлении потока, действует сила $p \cdot f$, в сечении II – II противодействует сила $(p + dp) \cdot (f + df)$.

Обе силы, в сечениях I – I и II – II, совершают работу.

Их алгебраическая сумма составляет работу, затрачиваемую на проталкивания элементарной массы газа.

$$dl' = (p + dp) \cdot (f + df) \cdot (w + dw) - pfw.$$

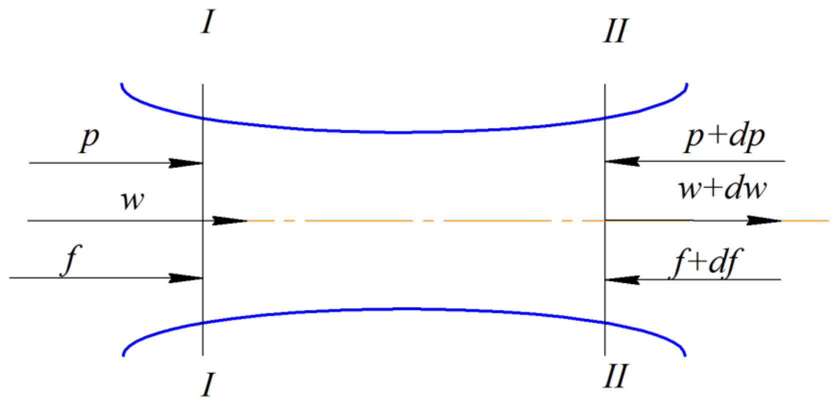

Рисунок 15 – Схема к процессу истечение газа

Выполнив математические действия и отбросив бесконечно малые значения второго и более высокого порядка, получаем

$$dl' = p \cdot d(fw) + fw \cdot dp.$$

Используем ранее приведенную зависимость

$$m = \frac{f \cdot w}{v} = const$$ и, соответственно, $mv = fw$.

Заменим произведение fw в уравнении для определения работы на проталкивания элементарной массы газа на mv, получаем

$$dl' = m(pdv + vdp)$$ или $dl' = m \cdot d(pv)$ дж/сек (Вт).

Таким образом, для проталкивания единицы массы газа (1 кг) затрачивается работа

$$dl' = d(pv)$$ дж/кг.

Теперь уравнение первого закона термодинамики принимает следующий вид

$$dq = du + d(pv) + \frac{dw^2}{2}$$ или

$$dq = d(u + pv) + \frac{dw^2}{2}$$ или

$$dq = di + \frac{dw^2}{2}.$$

Окончательно, после интегрирования получаем

$$q = i_2 - i_1 + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}.$$

Анализ последнего уравнения показывает, что подведенная теплота к рабочему телу в потоке расходуется на изменение его энтальпии (это изменение внутренней энергии плюс работа проталкивания) и внешней кинетической энергии (это изменение скорости потока).

Для изоэнтропийного (адиабатного) процесса истечения, когда $q = 0$, можно записать

$$i_1 - i_2 = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}.$$

Таким образом, при организации адиабатного истечения, разгон потока будет выполняться за счет снижения энтальпии рабочего тела, то есть за счет внутренней энергии рабочего тела потока и уменьшения работы на проталкивание.

Если условно принять начальную скорость потока близкой к нулю в сравнении с конечной скоростью потока, то конечную скорость можно определить из выражения

$$w = \sqrt{2 \cdot (i_1 - i_2)}.$$

Значения энтальпии принимаются по $i - S$ диаграмме или по таблицам для данного вещества.

Располагаемая работа при истечении газа. Значение $\frac{dw^2}{2}$ в уравнении первого закона термодинамики выражает бесконечно малое приращение внешней кинетической энергии рабочего тела. Ее определяют как элементарная располагаемая работа, которая может быть использована для совершения внешней полезной технической работы.

Из сравнения уравнений первого закона термодинамики

$$dq = di - vdp \quad \text{и} \quad dq = di + \frac{dw^2}{2} \quad \text{определяем ,}$$

$$\frac{dw^2}{2} = -vdp \quad \text{или} \quad wdw = -vdp.$$

Первичный анализ полученного равенства ясно показывает, что величины скорости и изменения давления противоположны по знаку. Если dp положительно, больше нуля, давление повышается и газ, с учетом условий истечения, сжимается, то скорость истечения уменьшается, $dw < 0$.

Если $dp < 0$, то газ расширяется, тогда $dw > 0$, и скорость возрастает.

Располагаемую работу при истечении газа можно представить графически в координатах $P - V$, рисунок 16.

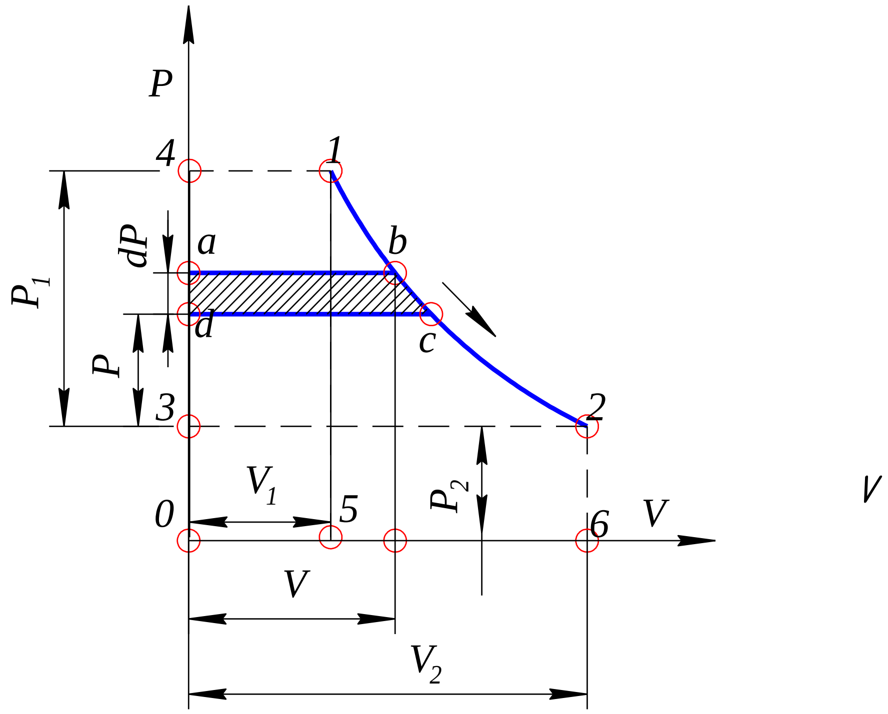

Рисунок 16 – Определение уравнения располагаемой работы при истечении газа

Элементарная бесконечно малая располагаемая работа $\frac{dw^2}{2} = -vdp$ будет отражена элементарной площадкой $abcd$. После интегрирования таких площадок, общая располагаемая работа в процессе 1-2 составит

$$l_{расп} = \int_{p_1}^{p_2} -vdp = \int_{p_2}^{p_1} vdp.$$

Согласно графического рисунка 16, располагаемая работа, то есть приращение внешней кинетической энергии будет равно алгебраической сумме работе внешних сил $P_1 \cdot v_1$, (площадка 0415) плюс работа расширения в процессе1-2 (площадка 1265) и минус работа $P_2 \cdot v_2$, работа затрат на преодоление сил сопротивления внешней среды (площадка 0326) . Тогда располагаемая работа выразится площадкой 34123.

Если процесс расширения 1-2 считать политропным, располагаемую работу можно определять согласно получаемому уравнению после интегрирования

$$l_{расп} = \int_{p_2}^{p_1} v dp = \int_{p_2}^{p_1} v_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p} \right)^{\frac{1}{n}} = \frac{n}{n-1} \cdot \left(p_1 v_1 - p_2 v_2 \right).$$

При адиабатном расширении

$$l_{расп} = \int_{p_2}^{p_1} v dp = \int_{p_2}^{p_1} v_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p} \right)^{\frac{1}{k}} = \frac{k}{k-1} \cdot \left(p_1 v_1 - p_2 v_2 \right).$$

Из уравнений $dl_{расп} = \dfrac{dw^2}{2}$ и $dq = di + \dfrac{dw^2}{2}$

можно записать

$$dl_{расп} = \frac{dw^2}{2} = dq - di,$$

после интегрирования

$$l_{расп} = q + i_1 - i_2.$$

То есть, приращение внешней кинетической энергии можно получить за счет внешнего подвода теплоты и за счет снижения энтальпии, использования потенциальной энергии газа, $i = u + pv$.

При адиабатном истечении, составляющая $q = 0$.

И соответственно

$$l_{расп} = i_1 - i_2.$$

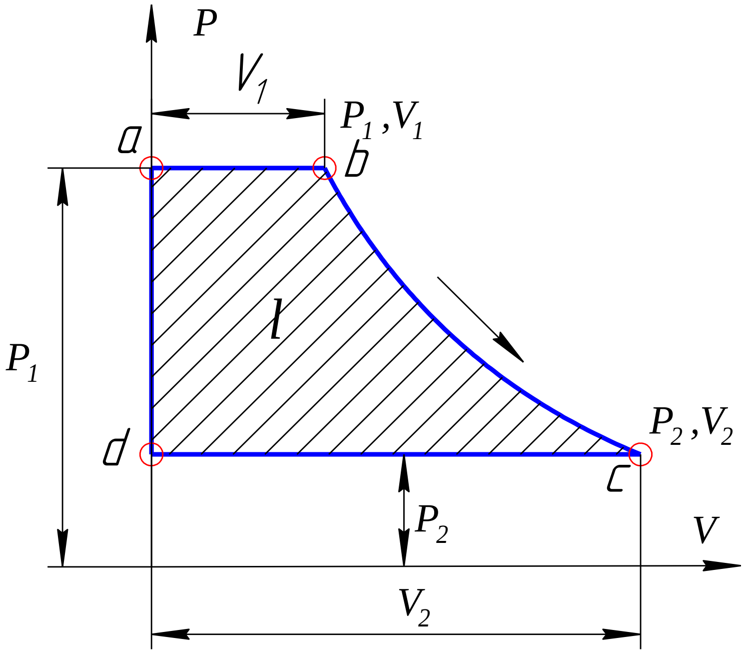

Рисунок 17 – Располагаемая работа при истечении газа

Скорость истечения w, определится из уравнения

$$w = \sqrt{2 \cdot (i_1 - i_2)} = \sqrt{2 \cdot l_{расп}} \ .$$

Или

$$w = \sqrt{2 \cdot l_{расп}} = \sqrt{2 \cdot \frac{k}{k-1}(p_1 v_1 - p_2 v_2)} \quad \text{или}$$

$$w = \sqrt{2 \cdot l_{расп}} = \sqrt{2 \cdot \frac{k}{k-1} \cdot p_1 v_1 \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} \ .$$

Массовый секундный расход газа при истечении определится из ранее заявленного уравнения

$$m = \frac{f \cdot w}{v_2} \quad кг,$$

где $f -$ площадь выходного сечения канала;

$w -$ скорость истечения

$v_2 -$ удельный объем газа в выходном сечении канала.

Значение v_2 получаем из зависимости параметров давления и объемов в адиабатном процессе

$$v_2 = v_1 \cdot \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{k}}.$$

Подставляем уравнения для определения значений скорости w и удельного объема v_2 в уравнение для определения массового секундного расхода идеального газа, получаем

$$m = \frac{f \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{k}{k-1} \cdot P_1 \cdot v_1 \cdot \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}}{v_1 \cdot \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1}{k}}} \quad кг/сек$$

и окончательно

$$m = f \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \frac{P_1}{V_1} \cdot \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]} \text{ кг/сек.}$$

Анализ уравнения массового секундного расхода идеального газа через суживающее сопло согласно полученному уравнению зависит от перепада или отношения давлений на выходе и на входе $\frac{P_2}{P_1}$.

При $P_2 = P_1$, отношение $\frac{P_2}{P_1} = 1$ и массовый секундный расход обращается в нуль. С уменьшением давления внешней среды P_2, уменьшается отношение давлений, $\frac{P_2}{P_1}$ становится меньше единицы и массовый секундный расход увеличивается.

При определенном отношении $\frac{P_2}{P_1}$ массовый секундный расход достигает максимального значения. При дальнейшем уменьшении отношения $\frac{P_2}{P_1}$, вычисленное значение массового секундного расхода, согласно ранее приведенного уравнения, уменьшается и при отношении $\frac{P_2}{P_1} = 0$, массовый секундный расход снова переходит в нуль.

Однако, как показали опыты, при определенном значении отношения $\frac{P_2}{P_1}$, массовый секундный расход достигает максимального значения и в дальнейшем, несмотря на снижение отношения $\frac{P_2}{P_1}$, остается постоянным и равным максимальному значению массового секундного расхода.

Отношение $\frac{P_2}{P_1}$ по мере снижения от единицы, при котором достигается максимальный массовый секундный расход газа назвали критическим отношением $\beta_{кр} = \frac{P_{кр}}{P_1}$.

Это значение несколько зависит от природы рабочего тела и показателя адиабаты k.

Для одноатомного газа $k = 1{,}66$ и $\beta_{кр} = \frac{P_{кр}}{P_1} = 0{,}49$.

Для двухатомного газа $k = 1{,}4$ и $\beta_{кр} = \frac{P_{кр}}{P_1} = 0{,}528$.

Для трехатомного газа $k = 1{,}3$ и $\beta_{кр} = \frac{P_{кр}}{P_1} = 0{,}546$.

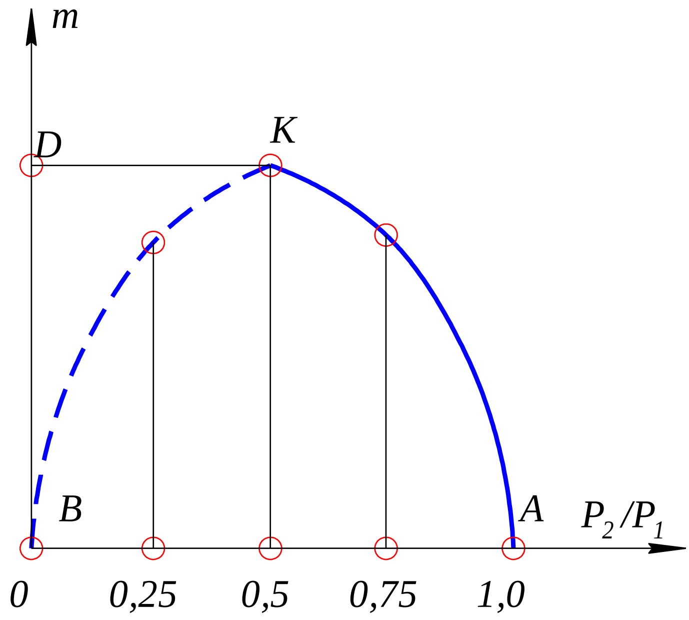

Рисунок 18 –К анализу процесса массового секундного расхода газа

Более глубокий анализ уравнения скорости истечения и массового секундного расхода газа позволили установить, что критическое отношение $\beta_{кр} = \dfrac{P_{кр}}{P_1}$ зависит только от природы газа и определяется уравнением

$$\beta_{кр} = \frac{P_{кр}}{P_1} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

Скорость истечения при критическом значении отношения

$$\beta_{кр} = \frac{P_{кр}}{P_1} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}},$$

также принимается как критическая скорость и определяется из уравнения

$$w_{кр} = \sqrt{2 \cdot \frac{k}{k+1} \cdot P_{кр} \cdot v_{кр} \cdot \frac{k+1}{2}} = \sqrt{\cdot k \cdot P_{кр} \cdot v_{кр}}\ .$$

Известно из физики, это выражение определяет значение скорости звука. То есть, критическая скорость при истечении через суживающее сопло равна местной скорости звука с учетом условий

$$w_{кр} = a = \sqrt{kP_{кр}v_{кр}} \ .$$

Полученное равенство позволяет объяснить, почему при истечении газа по суживающему каналу давление не может опустится ниже критического, соответственно скорость не может стать выше достигнутой критической скорости и массовый секундный расход газа достигая максимального при критическом перепаде давления, дальше остается постоянным.

Известно, что изменение давления в одной точке передается в среде со скоростью звука. Поэтому, когда скорость истечения меньше скорости звука (меньше критической), уменьшение внешнего давления передается по потоку газа во внутрь канала, приводит к перераспределению давления и в канале на выходе устанавливается давление, равное давлению среды. С учетом перепада и отношения давлений $\frac{P_2}{P_1}$, устанавливается и скорость истечения.

Если в результате складывающихся условий, скорость истечения достигнет критических значений и равной скорости звука, и скорость передачи импульса уменьшения давления во внешней среде равная скорости звука и скорость истечения газа равна критической и скорости звука выровняются. Уменьшение давления во внешней среде дальше передаваться не будет, в выходном сечении устанавливается свое постоянное давление, устанавливается критический перепад давлений, устанавливается критическая скорость и максимальный секундный расход газа.

$$m_{макс} = f_{мин} \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{k}{k+1} \cdot \frac{p_1}{v_1} \cdot \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{2}{k-1}}} \ .$$

Таким образом, максимальный секундный расход газа определяется начальным состоянием газа, величиной сечения и природой самого идеального газа, это значением его показателя адиабаты k.

Анализ начальных условий.

1 Давление внешней среды больше критического, $\beta_{кр} < \frac{P_2}{P_1} < 1$.

В этих условиях будет использован весь диапазон перепада давлений с полным расширением газа. Скорость истечения газа через выходное сечение сопла меньше критической скорости, меньше скорости звука.

2 Давление внешней среды меньше критического, $\beta_{кр} > \frac{P_2}{P_1} > 0$.

В этих условиях будет использован диапазон перепада давлений только от P_1 до $P_{кр}$, с не полным расширением газа. Скорость истечения газа через выходное сечение сопла равна критической скорости и скорости звука для этих условий.

Давление в сечении устья сопла равно критическому давлению

$$P_{кр} = P_1 \cdot \beta_{кр} .$$

Истечение газа через комбинированное сопло Лаваля.

Комбинированное сопло Лаваля с профилировано для расширение диапазона перепада давлений и для получения скоростей истечений выше критической и скорости звука.

Конструктивно сопло Лаваля, как конструкторское решение, представляет собой комбинацию короткого суживающего участка сопла и расширяющейся конической насадки.

При истечении газа на участке суживающего сопла устанавливается критическое давление $P_{кр}$ и скорость истечения достигает критических значений равной скорости звука $w_{кр} = a$.

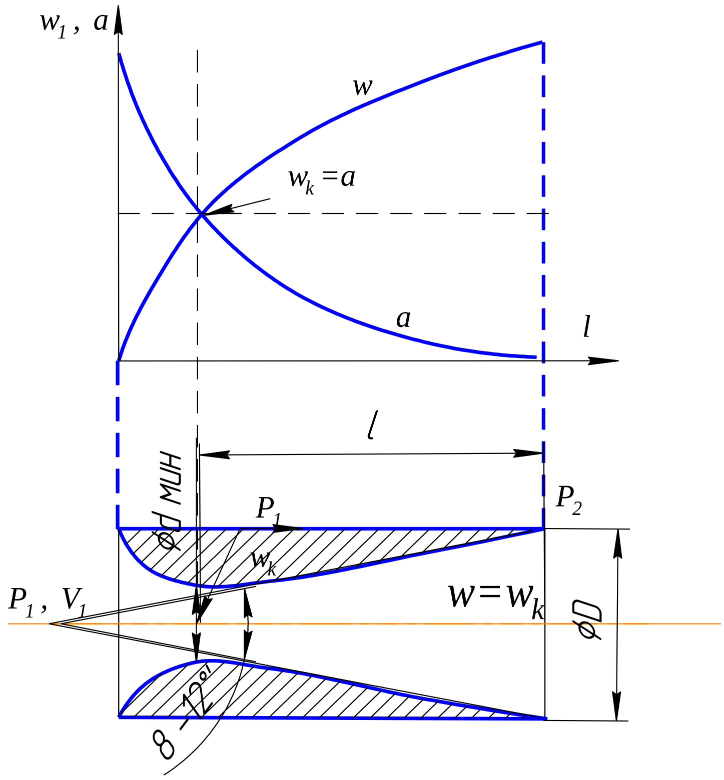

Рисунок 19 – Истечение газа через комбинированное сопло Лаваля

В расширяющейся насадке происходит дальнейшее понижение давление и увеличение скорости истечения газа.

Угол конусности расширяющейся насадки должен укладываться в пределах $\varphi \approx 8-12$ градусов. Использование больших углов конусности вызывает нарушение целостности струи потока.

Скорость истечения определяется по формуле

$$w = \sqrt{2 \cdot \frac{k}{k-1} \cdot p_1 v_1 \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]},$$

Максимальный секундный расход газа по формуле

$$m = f \cdot \sqrt{2 \cdot \frac{k}{k-1} \cdot \frac{P_1}{V_1} \cdot \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \quad .$$

При заданном расходе площадь минимального сечения сопла определяется по формуле

$$f_{мин} = \frac{m_{макс}}{\sqrt{2 \frac{k}{k+1} \cdot \frac{p_1}{v_1} \cdot \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{2}{k-1}}}},$$

а площадь выходного сечения сопла по формуле

$$f = \frac{m_{макс}}{\sqrt{2 \cdot \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}}.$$